

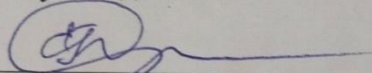
МУНИЦИПАЛЬНОЕ КАЗЕННОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №19»

«РАССМОТРЕНО»

на заседании ШМО

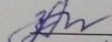
*учителей естественно-  
математического цикла*

Руководитель:

  
Е.В. Тобус

«СОГЛАСОВАНО»

заместитель директора  
МКОУ «СОШ №19»

  
Е.В. Андреева

«РЕКОМЕНДОВАНО  
К ПРИНЯТИЮ»

на педагогическом совете  
МКОУ «СОШ №19»

Протокол № 7  
от 30.08.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

**для 10-11 классов**

**(среднее общее образование)**

Федеральная рабочая программа среднего общего образования «Математика» (углублённый уровень) для 10-11 классов образовательных организаций),  
Москва. 2022

Составитель: Титова Татьяна Николаевна, учитель математики, высшая категория

Новомосковск, 2023 г.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

## 10 КЛАСС (34 Ч)

---

### **РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ (3 ч)**

Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента

### **РАЗДЕЛ 2. Случайные опыты, случайные события и вероятности событий (3 ч)**

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями

### **РАЗДЕЛ 3. Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события (5 ч)**

Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события

### **РАЗДЕЛ 4. Элементы комбинаторики (3 ч)**

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона

### **РАЗДЕЛ 5. Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности (5 ч)**

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц

### **РАЗДЕЛ 6. Случайные величины и распределения (15 ч)**

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

## 11 КЛАСС (34 Ч)

---

### **РАЗДЕЛ 1. Закон больших чисел (5 ч)**

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований.  
Практическая работа с использованием электронных таблиц.

### **РАЗДЕЛ 2. Элементы математической статистики (6 ч)**

Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке.  
Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений.  
Практическая работа с использованием электронных таблиц

### **РАЗДЕЛ 3. Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения (4 ч)**

Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения.

### **РАЗДЕЛ 4. Распределение Пуассона (2 ч)**

Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона.  
Практическая работа с использованием электронных таблиц

### **РАЗДЕЛ 5. Связь между случайными величинами (6 ч)**

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции.  
Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия.  
Практическая работа с использованием электронных таблиц

### **РАЗДЕЛ 6. Обобщение и систематизация знаний(11 ч)**

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественнонаучного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную в основной школе, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне — последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

**Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:**

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

*Гражданское воспитание:* сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

*Патриотическое воспитание:* сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

*Духовно-нравственное воспитание:* осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

*Эстетическое воспитание:* эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

*Физическое воспитание:* сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

*Трудовое воспитание:* готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

*Экологическое воспитание:* сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды. Ценности научного познания: сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; б проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.  
Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

## ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### 10 класс

- Свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента.
- Свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями.
- Находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач; пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий.
- Оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач; определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента.
- Применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей.
- Свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха; в серии испытаний Бернулли; в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности.
- Свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

### 11 класс

- Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.
- Свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения); применять свойства математического ожидания при решении задач; вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений.
- Свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач; вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений.
- Вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.



## Содержание учебного курса (по годам обучения)

### 10 класс

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

### 11 класс

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

**Тематическое планирование учебного предмета  
(с учетом рабочей программы воспитания)  
Вероятность и статистика  
10 класс (34 ч)**

№	Раздел, тема (количество академических часов, отводимых на освоение темы)	Электронные (цифровых) образовательные ресурсы	Деятельность учителя с учетом рабочей программы воспитания
<b>РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ (3 ч)</b>			
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p>
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы.		
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента		
<b>РАЗДЕЛ 2. Случайные опыты, случайные события и вероятности событий (3 ч)</b>			
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы</p>
5	Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события.		
6	Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями		

			учебной дисциплины и самоорганизации.
<b>РАЗДЕЛ 3. Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события (5 ч)</b>			
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события.		1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.  2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.  3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.
8	Формула сложения вероятностей Условная вероятность.		
9	Умножение вероятностей. Формула условной вероятности.		
10	Формула полной вероятности. Формула Байеса		
11	Независимые события		
<b>РАЗДЕЛ 4. Элементы комбинаторики (3 ч)</b>			
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал.		1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля.		

14	Формула бинома Ньютона		<p>познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p>
<b>РАЗДЕЛ 5. Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности (5 ч)</b>			
15	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p>
16	Серия независимых испытаний до первого успеха.		
17	Серия независимых испытаний Бернулли.		
18	Случайный выбор из конечной совокупности.		
19	<b>Практическая работа № 1 с использованием электронных таблиц</b>		
<b>РАЗДЕЛ 6. Случайные величины и распределения (15 ч)</b>			<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию</p>
20	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения.		
21	Операции над случайными величинами.		

22	Примеры распределений. Бинарная случайная величина.		<p>учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p> <p>4. Учебный диалог: обсуждение вопросов описательной статистики: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения числового ряда данных.</p>
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение.		
24	Математическое ожидание случайной величины.		
25	Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.		
26	Свойства математического ожидания.		
27	Математическое ожидание бинарной случайной величины.		
28	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.		
29	Дисперсия и стандартное отклонение.		
30	Дисперсия бинарной случайной величины.		
31	Свойства дисперсии.		
32	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.		
33	Дисперсия биномиального распределения.		
34	<b>Практическая работа № 2 с использованием электронных таблиц</b>		

**Тематическое планирование учебного предмета  
(с учетом рабочей программы воспитания)  
Вероятность и статистика  
11 класс (34ч)**

№	Раздел, тема (количество академических часов, отводимых на освоение темы)	Электронные (цифровых) образовательные ресурсы	Деятельность учителя с учетом рабочей программы воспитания
<b>РАЗДЕЛ 1. Закон больших чисел (5 ч)</b>			
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p>
2	Теорема Бернулли.		
3	Закон больших чисел.		
4	Выборочный метод исследований.		
5	<i>Практическая работа № 1 с использованием электронных таблиц.</i>		
<b>РАЗДЕЛ 2. Элементы математической статистики (6 ч)</b>			
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию</p>
7	Оценка среднего и дисперсии генеральной		

	совокупности с помощью выборочных характеристик.		<p>учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p>
8	Оценивание вероятностей событий по выборке.		
9	Статистическая гипотеза.		
10	Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений.		
11	<b>Практическая работа № 2 с использованием электронных таблиц.</b>		
<b>РАЗДЕЛ 3. Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения (4 ч)</b>			
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p>
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям.		
14	Функция плотности вероятности показательного распределения.		
15	Функция плотности вероятности нормального распределения.		

			3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.
<b>РАЗДЕЛ 4. Распределение Пуассона (2 ч)</b>			
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона.		1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.  2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.
17	<i>Практическая работа № 3 с использованием электронных таблиц.</i>		
<b>РАЗДЕЛ 5. Связь между случайными величинами (6 ч)</b>			
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции.		1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.  2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения,
19	Совместные наблюдения двух величин.		
20	Выборочный коэффициент корреляции.		
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью.		
22	Линейная регрессия.		
23			



	<i>Практическая работа № 4 с использованием электронных таблиц.</i>		<p>правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p>
<b>РАЗДЕЛ 6. Обобщение и систематизация знаний(11 ч)</b>			
24	Представление данных с помощью таблиц.		<p>1. Установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности.</p> <p>2. Побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации.</p> <p>3. Привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения.</p>
25	Представление данных с помощью диаграмм.		
26	Описательная статистика.		
27	Опыты с равновозможными элементарными событиями.		
28	Вычисление вероятностей событий с применением формул.		
29	вычисление вероятностей событий с помощью графических методов (координатная прямая)		
30	Вычисление вероятностей событий с помощью графических методов (дерево)		
31	Вычисление вероятностей событий с помощью графических методов (диаграмма Эйлера)		
32	Случайные величины и распределения.		
33	Математическое ожидание случайной величины.		
34	Итоговое занятие		

## Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся 10 класс

### Практическая работа № 1 с использованием электронных таблиц

Цель: формирование умений решать задачи на нахождение вероятности с использованием формулы Бернулли.

#### Повторим теоретический материал

Если производится  $n$  независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  одна и та же и равна  $p$ , то вероятность того, что событие  $A$  появится в этих  $n$  испытаниях  $m$  раз, выражается **формулой Бернулли**

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \text{ где } q = 1-p.$$

Рассмотрим образцы решения задач

#### Задача 1.

В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули подряд 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Какова вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется два белых?

**Решение.** Вероятность извлечения белого шара  $p=20/30=2/3$  можно считать одной и той же во всех испытаниях;  $q=1-p=1/3$ . Используя формулу Бернулли, получаем

$$P_4(2) = C_4^2 \cdot p^2 \cdot q^2 = (12/2) \cdot (2/3)^2 \cdot (1/3)^2 = 8/27$$

**Задача 2.** Игральную кость бросили 10 раз. Какова вероятность, что число 3 выпадет два раза?

**Решение.** При одном броске вероятность выпадения тройки равна  $p = 1/6$ , а вероятность не выпадения равна  $1-p = 5/6$ .

Каждый бросок - независимое испытание. Применим ф-лу Бернулли.

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot (1-p)^{n-m}, \text{ где } n=10, m=2$$

$$P = C_{10}^2 \cdot (1/6)^2 \cdot (5/6)^8 = 10! / (8! \cdot 2!) \cdot 5^8 / 6^{10} = 45 \cdot 5^8 / 6^{10} \approx 0,29$$

#### Задача 3.

Вероятность появления события  $A$  равна 0,4. Какова вероятность того, что при 10 испытаниях событие  $A$  появится не более трех раз?

**Решение.** Здесь  $p=0,4$ ,  $q=0,6$ . Имеем:

$$P_{10}(0) = q^{10}, P_{10}(1) = 10pq^9, P_{10}(2) = 45p^2q^8, P_{10}(3) = 120p^3q^7.$$

Вероятность того, что событие  $A$  появится не больше трех раз, равна

$$P = P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2) + P_{10}(3) = q^{10} + 10pq^9 + 45p^2q^8 + 120p^3q^7 \approx 0,38.$$

## Ход практической работы

Решите задачи:

**Задача 1.** Монету бросают 10 раз. Найдите вероятность, что герб выпадет 3 раза;

**Решение**

*Подсказка (Вероятность выпадения герба при одном броске равна 1/2, вероятность выпадения решки также равна 1/2)*

**Испытания Бернулли.**

$$P = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} =$$

**Задача 2.** Игральная кость бросается 6 раз. Какова вероятность того, что шестерка выпадет 4 раза?

**Решение**

Вероятность выпадения шестерки равна 1/6, а не выпадения 1-1/6. Имеем испытания Бернулли.

**Испытания Бернулли.**

$$P = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} =$$

**Задача 3.** Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0.11. Пользуясь формулой Бернулли найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей будут четыре стандартных.

**Решение**

Вероятность изготовить стандартную деталь равна  $1 - 0,11 =$

По формуле Бернулли

$$P = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} =$$

## Практическая работа № 2 с использованием электронных таблиц

**Случайная величина** – величина, численное значение которой может меняться в зависимости от результата стохастического эксперимента.

**Дискретной** назовём случайную величину, возможные значения которой образуют конечное множество.

**Законом распределения дискретной случайной величины** называется правило, по которому каждому возможному значению  $x_i$  ставится в

соответствие вероятность  $p_i$ , с которой случайная величина может принять это значение, причём  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

**Пример.** Абитуриент сдаёт два вступительных экзамена: по математике и физике. Составить закон распределения случайной величины  $x$ , числа полученных пятёрок, если вероятность получения пятёрки по математике равна 0,8, а по физике – 0,6.

**Решение.** Обозначим  $A_1$  и  $A_2$  – события, заключающиеся в том, что и математика, и физика сданы на 5. Очевидно, возможные значения  $x$  есть 0, 1, 2, причём

$$p(x=0) = p(\overline{A_1} * \overline{A_2}) = p(\overline{A_1}) * p(\overline{A_2}) = 0.2 * 0.4 = 0.08;$$

$$p(x=1) = p(A_1 * \overline{A_2} + \overline{A_1} * A_2) = 0.8 * 0.4 + 0.2 * 0.6 = 0.44;$$

$$p(x=2) = p(A_1 * A_2) = p(A_1) * p(A_2) = 0.8 * 0.6 = 0.48$$

Полученные результаты сведём в таблицу:

$x_i$	0	1	2
$p_i$	0.08	0.44	0.48

$$\sum_{i=1}^n p_i = 0,08 + 0,44 + 0,48 = 1$$

К важнейшим числовым характеристикам случайной величины относятся математическое ожидание и дисперсия.

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины  $x$  называется произведение всех её возможных значений на их вероятности:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

**Свойства математического ожидания:**

- математическое ожидание постоянной равно самой постоянной:

$$M(C) = C$$

- постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(Cx) = C * M(x)$$

- математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n M(x_i)$$

- математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

$$M(x_1 * x_2 * \dots * x_n) = M(x_1) * M(x_2) * \dots * M(x_n)$$

**Дисперсией** случайной величины  $x$  называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$$D(x) = M((x - M(x))^2) \text{ или } D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

**Среднеквадратическое отклонение:**  $\sigma = \sqrt{D(x)}$

**Свойства дисперсии:**

- дисперсия постоянной равно нулю:

$$D(C) = 0$$

- постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

$$D(Cx) = C^2 * D(x)$$

- дисперсия суммы (разности) случайных величины равно сумме дисперсий слагаемых:

$$D\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n D(x_i)$$

**Свойства среднеквадратического отклонения:**

•  $\sigma(C) = 0$

•  $\sigma(Cx) = C * \sigma(x)$

**Пример 1.** Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти  $p(x < 2)$ ,  $p(x > 4)$ ,  $p(2 \leq x \leq 4)$ , математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

**Решение.**  $p(x < 2) = 0,1$ ;

$p(x > 4) = 0,1$ ;

$p(2 \leq x \leq 4) = 0,2 + 0,4 + 0,2 = 0,8$ ;

$M(x) = 1 * 0,1 + 2 * 0,2 + 3 * 0,4 + 4 * 0,2 + 5 * 0,1 = 3$ ;

$D(x) = 1^2 * 0,1 + 2^2 * 0,2 + 3^2 * 0,4 + 4^2 * 0,2 + 5^2 * 0,1 - 3^2 = 1,2$

$\sigma(x) = \sqrt{1,2} = 1,095$

**Пример 2.** Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от ожидаемых им в этом году 100000 яиц?

**Решение.**  $x$  – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.

$$M(x)=0,6*0,2+0,4*0,5+0,2*0,2+0*0,06-0,2*0,04=0,352$$

$$M(10000x)=10000*0,352=3520 \$$$

$$D(x)=0,6^2*0,2+0,4^2*0,5+0,2^2*0,2+0^2*0,06+(-0,2)^2*0,04-0,352^2=0,037696$$

$$\sigma(x)=\sqrt{0,037696}=0,194154578$$

$$D(10000x)=10000^2*D(x)=19415457,76$$

$$\sigma(x)=\sqrt{0,194154578}=0,441$$

Задачи для самостоятельного решения:

а) В партии из 12 деталей имеется 4 нестандартных. Берут 3 детали на удачу. Найти закон распределения дискретной случайной величины равной числу стандартных деталей в выборке. Найти математическое ожидание, дисперсию.

б) В партии из 13 деталей имеется 9 нестандартных. Берут 3 детали на удачу. Найти закон распределения дискретной случайной величины, равной числу стандартных деталей в выборке. Найти математическое ожидание, дисперсию.

в) В партии из 10 деталей имеется 7 стандартных. Берут 2 детали на удачу. Найти закон распределения дискретной случайной величины, равной числу стандартных деталей в выборке. Найти математическое ожидание, дисперсию.

г) В коробке 10 карандашей, из них 5 карандашей поломанных. Из этой коробки берут наугад 3 карандаша. Найти закон распределения дискретной случайной величины  $X$ , равной числу поломанных карандашей.

Найти математическое ожидание, дисперсию.

**Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся 11 класс**

***Практическая работа № 1 с использованием электронных таблиц***

**І вариант**

1. Случайная величина  $X$  распределена по следующему закону:  $X$  2,1 2,3 2,5 2,8 3,1 3,3 3,6 3,9 4,0  $P$  0,05 0,09 0,10 0,12 0,14 0,20 0,16 0,10 0,04. Оценить вероятность того, что она примет значение, не превышающее 3,6, пользуясь законом распределения и неравенством Маркова.
2. Технический контролер проверяет партию однотипных приборов. С вероятностью 0,01 прибор имеет дефект  $A$  и, независимо от этого, с вероятностью 0,02 — дефект  $B$ . В каких границах будет заключено практически наверняка число бракованных изделий в партии из 1000 шт., если за вероятность практической достоверности принимается 0,997?
3. Вероятность изготовления нестандартной радиолампы равна 0,04. Какое наименьшее число радиоламп следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,88 можно было утверждать, что доля нестандартных радиоламп будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной радиолампы по абсолютной величине не более чем на 0,02?
4. Произведено 500 независимых испытаний; в 200 из них вероятность появления события  $A$  была равна 0,4, в 180 — 0,5 и в 120 — 0,6. Оценить снизу вероятность того, что отклонение частоты от средней вероятности не превысит по абсолютной величине 0,05.
5. Из 5000 произведенных испытаний в 2000 вероятность появления события  $A$  равна 0,2, в 1400 — 0,5 и в 1600 — 0,6. Найти границы, в которых должна находиться частота появления события  $A$ , если это необходимо гарантировать с вероятностью 0,95.
6. Среднее значение скорости ветра у земли в данном пункте равно 16 км/ч. Оценить вероятность того, что в этом пункте скорость ветра (при одном наблюдении) не превысит 80 км/ч.
7. Среднее квадратическое отклонение ошибки измерения курса самолета. Считая математическое ожидание ошибки измерения равным нулю, оценить вероятность того, что ошибка при данном измерении курса самолета будет более
8. За значение некоторой величины принимают среднеарифметическое достаточного большого числа ее измерений. Предполагая, что среднее квадратическое отклонение возможных результатов каждого измерения не превосходит 5 мм, оценить вероятность того, что при 1000 измерений неизвестной величины отклонение принятого значения от истинного по абсолютной величине не превзойдет 0,5 мм.
9. Среднее квадратическое отклонение каждой из 450 000 независимых случайных величин не превосходит 10. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения среднеарифметической этих случайных величин от среднеарифметической их математических ожиданий не превзойдет 0,02.

**ІІ вариант**

1. Средний вес клубня картофеля равен 150 г. Оценить вероятность того, что наудачу взятый клубень картофеля весит не более 500 г?
2. Оценить вероятность того, что в партии из 5000 изделий отклонение частоты бракованных деталей от вероятности 0,02 быть бракованной деталью превысит 0,01.
3. В рассматриваемом технологическом процессе в среднем 75 % изделий имеет допуск  $\pm 5$  %. Какое число изделий из партии в 200 000 шт. с вероятностью 0,99 можно планировать с допуском  $\pm 5$  %?
4. Стрельба ведется поочередно из трех орудий. Вероятности попадания в цель при одном выстреле из каждого орудия равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. Таким образом произведено 600 выстрелов. Оценить снизу вероятность того, что отклонение частоты от средней вероятности не превзойдет по абсолютной величине 0,05.



5. Выборочным путем требуется определить средний рост мужчин двадцатилетнего возраста. Какое количество мужчин, отобранных случайным образом, нужно измерить, чтобы с вероятностью, превышающей 0,98, можно было утверждать, что средний рост у отобранной группы будет отличаться от среднего роста всех двадцатилетних мужчин по абсолютной величине не более чем на 1 см. Известно, что среднеквадратичное отклонение роста для каждого мужчины из отобранной группы не превышает 5 см.
6. Среднее потребление электроэнергии за май населением одного из микрорайонов Минска равно 360 000 кВт/ч. Оценить вероятность того, что потребление электроэнергии в мае текущего года превзойдет 1 000 000 кВт/ч.
7. Среднее квадратическое отклонение ошибки измерения азимута равно (математическое ожидание равно нулю). Оценить вероятность того, что ошибка среднего арифметического трех независимых измерений не превзойдет  $1^\circ$ .
8. Длина изготавливаемых деталей является случайной величиной, среднее значение которой 50 мм. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,2 мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от ее среднего значения по абсолютной величине не превзойдет 0,4 мм.
9. Емкость изготавливаемого заводом конденсатора по техническим условиям должна быть равной 2 мкф с разрешенным допуском  $\pm 0,1$  мкф. Завод добился средней емкости, равной 2 мкф, с дисперсией, равной 0,002 мкф<sup>2</sup>. Какой процент составляет вероятный брак при изготовлении конденсаторов? Расчет произвести по неравенству Чебышева и формуле Лапласа.

### ***Практическая работа № 2 с использованием электронных таблиц***

#### **1 вариант**

1. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 3, -2, 1, 0, 2, -1, 6, 2, -2, 1, 0, -2
2. При переселении населения данные о возрасте (полном количестве лет) жильцов некоторого дома оказались следующими:  
34, 31, 2, 8, 48, 40, 20, 15, 12, 21, 20, 0, 68, 39, 35, 16, 13, 9, 4, 72, 74, 75, 45, 44, 23, 18, 88, 60, 54, 30, 32, 11, 10, 5, 57, 53, 56, 24, 2, 1, 60, 59, 34, 30, 9, 7, 43, 42, 19, 1, 36, 37, 14, 13, 9, 62, 58, 19, 39, 35, 12, 8, 40, 25, 3, 33, 34, 8, 7, 4, 28, 0, 41, 29, 21, 1, 31, 27, 6, 3, 70, 56, 67, 25, 24, 2.

Разбить приведенные данные по классам. Составить таблицу распределения по частотам, а также гистограмму частот.

#### **2 вариант**

1. Найти моду, медиану и среднее выборки: 7, 4, -1, 3, -3, 0, 3, 6, 0, -3, 7, 0, -7, 2
2. Рост каждой из 30 гимнасток одного спортивного клуба:  
148, 148, 149, 149, 149, 150, 153. 149, 149, 150, 154, 150, 151, 151, 150, 154, 152, 154, 153, 149, 152, 154, 148, 154, 150, 152, 151, 154, 149, 149.

Составить таблицу распределения по частотам и относительным частотам. Построить полигон относительных частот значений величины X.

### Практическая работа № 3 с использованием электронных таблиц Распределение Пуассона

Счетчик СБТ-13 облучается потоком статистически независимо следующих друг за другом частиц. В нашем случае - вторичным радиоактивным распадом, вызванным, например, потоком космических лучей и др.

1. Включить пересчетный прибор и дать ему прогреться в течение 15-20 мин.

2. Нажатием клавиши "3 сек" на приборе установить необходимое время измерения. Нажать клавишу "Пуск". Через 3 сек. считать показание прибора. Нажатием клавиши "Пуск" повторить следующее измерение. Таким способом произвести 100 измерений по 3 сек. каждое. Результаты измерений занести в таблицу:

k	0	1	2	3	4	5	6
$n_k$							
$p_k$							
$m_k = n \cdot p_k$							

3. Определить следующие параметры:

$$\bar{k} = \frac{\sum_k kn_k}{\sum_k n_k}$$

- среднее число актов:

$$p_k = \frac{\bar{k}^k \cdot e^{-\bar{k}}}{k!}$$

- вероятность распределения:

$$u^2 = \sum_k \frac{(n_k - m_k)^2}{m_k}$$

- квадрат нормированного значения:

4. Построить экспериментальное и теоретическое распределения. Оценить результаты и сделать выводы.

**Практическая работа № 4 по теме «Закон распределения ДСВ. Вычисление характеристик ДСВ»**

**Задание на занятие:**

1. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, а также, построить многоугольник распределения дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:  $X$  -6 -3 2 4  $P$  0,4 0,3 0,1 0,2  $X$  4,3 5,1 10,6  $P$  0,2 0,3 0,5
2. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения:  $X$  3 4 5 6 7  $P$   $P_1$  0,15  $P_3$  0,25 0,35 Найти вероятность  $p_1$  и  $p_3$ , если известно, что  $p_3$  в четыре раза больше  $p_1$ . Построить многоугольник распределения.
3. Составить закон распределения вероятностей случайной величины числа очков, выпавшего на верхней грани игрального кубика при двух подбрасываниях, если известно, что в сумме выпало 6 очков.
4. В билете 2 задачи. Вероятность правильного решения первой задачи- 0,9, а второй- 0,65. Случайная величина  $X$ - число правильно решенных задач в билете. Составить закон распределения, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее математическое отклонение этой случайной величины.
5. На карточках написаны буквы, всего 3 согласных и 4 гласных. Наугад выбирают 3 карточки, причем каждый раз взятую карточку возвращают назад. Случайная величина  $X$ - число гласных букв среди взятых карточек. Составить закон распределения и найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .
6. В связке из 3 ключей только один ключ подходит к двери. Ключи перебирают до тех пор, пока не отыщется подходящий ключ. Построить закон распределения для случайной величины  $\xi$  – числа опробованных ключей. Построить функцию распределения  $F_{\xi}(x)$  для случайной величины  $\xi$